



ΜΑΘΗΜΑ	ΑΛΓΕΒΡΑ	ΤΑΞΗ	Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ	13/3/2022	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A.1** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  παρουσιάζει μέγιστο στο  $x_0 \in A$ ; **(Μονάδες 5)**

**A.2** Να χαρακτηρίσετε ως Σ (σωστή) ή Λ (Λανθασμένη) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

**α)** Αν  $\eta\mu x = 0$ , τότε ισχύει πάντα ότι  $\sigma\upsilon\nu x = 1$ .

**β)** Αν  $\eta\mu x = 1$ , τότε ισχύει πάντα ότι  $\sigma\upsilon\nu x = 0$ .

**γ)** Αν  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ , τότε  $|\sigma\upsilon\nu x| = -\sigma\upsilon\nu x$ .

**δ)** Ισχύει  $\eta\mu(x - \pi) = \eta\mu x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**ε)** Ισχύει  $\sigma\upsilon\nu(x - \frac{\pi}{2}) = \eta\mu x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . **(Μονάδες 10)**

**A.3** Σε καθεμία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

**α)** Ποιο από τα παρακάτω δεν είναι ίσο με  $\eta\mu 40^\circ$ ; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας)

A:  $\sigma\upsilon\nu 50^\circ$

B:  $\eta\mu 140^\circ$

Γ:  $-\sigma\upsilon\nu 130^\circ$

Δ:  $\eta\mu 220^\circ$

**β)** Ποιο από τα παρακάτω δεν είναι ίσο με  $\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega)$ ; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας)

A:  $\sigma\upsilon\nu(\pi - \omega)$

B:  $\eta\mu(\omega - \frac{\pi}{2})$

Γ:  $\sigma\upsilon\nu(-\omega)$

Δ:  $\eta\mu(\frac{3\pi}{2} + \omega)$

**(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + ax + a - 3$ , με  $a \in \mathbb{R}$ , της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο M (2, 14).

**B.1** Να βρείτε την τιμή του  $a$ . **(Μονάδες 5)**

**B.2** Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή. **(Μονάδες 5)**

**B.3** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία. **(Μονάδες 5)**

**B.4** Να λύσετε την ανίσωση  $x^3 < 4 - 3x$  **(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Γ**



Γ.1 Να αποδείξετε την ταυτότητα  $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1+\epsilon\phi\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1+\sigma\phi\theta} = \sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta$ .

(Μονάδες 5)

Γ.2. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$B = \frac{\eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{27\pi}{2} - \omega\right) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{37\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{43\pi}{2} - \omega\right)}{\sigma\upsilon\nu(11\pi - \omega) \cdot \eta\mu(15\pi + \omega) \cdot \sigma\phi(17\pi - \omega) \cdot \epsilon\phi(20\pi - \omega)}$$

(Μονάδες 10)

Γ.3. α) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$ , όπου  $x \neq k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

(Μονάδες 5)

#### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = |\alpha + 1| \cdot \eta\mu(\beta\pi x)$ , με  $\alpha \in \mathbb{R}$  και  $\beta > 0$ , η οποία έχει μέγιστη τιμή 3 και περίοδο 4.

α) Να αποδείξετε ότι:  $(\alpha = 2 \text{ ή } \alpha = -4)$  και  $\beta = \frac{1}{2}$

(Μονάδες 8)

β) Για  $\alpha = 2$  και  $\beta = \frac{1}{2}$ :

I. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 3$

(Μονάδες 7)

II. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα  $[0, 8]$

(Μονάδες 10)

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**